

Natalia Puzanova

# **Kreditrisiken der Banken**

*Neue Portfoliomodelle  
zur konservativen Bemessung  
des Eigenkapitalbedarfs*

**Verlag Dr. Kovač**

**Hamburg  
2010**

# Inhaltsverzeichnis

|                       |      |
|-----------------------|------|
| Danksagung            | V    |
| Abbildungsverzeichnis | XI   |
| Tabellenverzeichnis   | XIII |
| Vorwort               | XV   |

## I Einführung in die Problematik der Risikomessung und Risikosteuerung

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Risikocontrolling im System der Gesamtbanksteuerung</b>         | <b>3</b>  |
| 1.1 Notwendigkeit der risikobasierten Gesamtbanksteuerung . . . . .  | 4         |
| 1.2 Risikocontrolling . . . . .                                      | 9         |
| 1.3 Definition und Systematisierung der Risiken . . . . .            | 11        |
| 1.3.1 Risiken im Bankbetrieb . . . . .                               | 12        |
| 1.3.2 Kategorisierung des Kreditrisikos . . . . .                    | 17        |
| 1.4 Regulatorisches versus ökonomisches Kapital . . . . .            | 21        |
| 1.4.1 Aufsichtsrechtliche Mindesteigenkapitalanforderungen . . . . . | 21        |
| 1.4.2 Ökonomischer Kapitalbedarf . . . . .                           | 25        |
| 1.5 Risikobereinigte Performancemessung . . . . .                    | 29        |
| <b>2 Operationalisierung des Kreditrisikos</b>                       | <b>33</b> |
| 2.1 Kreditrisiko auf Einzelengagementebene . . . . .                 | 34        |
| 2.1.1 Kreditereignis . . . . .                                       | 34        |
| 2.1.2 Risikokomponenten . . . . .                                    | 38        |
| 2.1.3 Erwarteter und unerwarteter Verlust . . . . .                  | 44        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 2.2      | Kreditrisiko auf Portfolioebene . . . . .     | 46        |
| 2.2.1    | Portfolioverlustverteilung . . . . .          | 46        |
| 2.2.2    | Risikomaße und ökonomisches Kapital . . . . . | 48        |
| <b>3</b> | <b>Zusammenfassung</b>                        | <b>55</b> |

## **II Kreditrisikomodellierung: State of the Art**

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>4</b> | <b>Modellierung eines Ausfallereignisses</b>                                 | <b>61</b> |
| 4.1      | Unternehmenswertmodelle . . . . .  | 63        |
| 4.1.1    | Das Modell von Merton . . . . .  | 64        |
| 4.1.2    | Überblick über weitere Modelle . . . . .                                     | 72        |
| 4.2      | Intensitätsmodelle . . . . .   | 77        |
| 4.2.1    | Hazard Rate, Ausfallintensität und Terminausfallwahrscheinlichkeit . . . . . | 77        |
| 4.2.2    | Anwendung für Anleihenbewertung . . . . .                                    | 82        |
| 4.2.3    | Affine doppelt-stochastische Ausfallmodelle . . . . .                        | 84        |
| 4.3      | Hybride Modelle . . . . .  | 86        |
| <b>5</b> | <b>Modellierung der Wechselwirkungen zwischen den Ausfallereignissen</b>     | <b>89</b> |
| 5.1      | Ausgewählte Begriffe der Copula-Theorie . . . . .                            | 91        |
| 5.1.1    | Copulas und der Satz von Sklar . . . . .                                     | 92        |
| 5.1.2    | Implizite und explizite Copulas, Meta-Verteilungen . . . . .                 | 94        |
| 5.1.3    | Archimedische Copulas und Verschachtelung . . . . .                          | 96        |
| 5.1.4    | Flankenabhängigkeit . . . . .  | 99        |
| 5.2      | Ausfallverteilung in Abhängigkeit der Riskofaktoren . . . . .                | 100       |
| 5.2.1    | Bernoulli-Modell in gemischter Form . . . . .                                | 101       |
| 5.2.2    | Poisson-Modell in gemischter Form . . . . .                                  | 102       |
| 5.2.3    | Portfoliodarstellung in einem strukturellen Modell . . . . .                 | 104       |
| 5.3      | Dimensionenreduktion durch ein Faktormodell . . . . .                        | 104       |
| 5.3.1    | Modelle mit latenten Variablen . . . . .                                     | 105       |
| 5.3.2    | Bernoulli-Modelle in gemischter Form . . . . .                               | 107       |
| 5.4      | Copula-Modelle mit bedingter Unabhängigkeit . . . . .                        | 109       |
| 5.5      | Umsetzungsbeispiele aus der Branche . . . . .                                | 116       |
| 5.5.1    | Moody's KMV . . . . .  | 116       |

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| 5.5.2      | CreditRisk+ . . . . .  | 123        |
| 5.5.3      | Weitere Industriemodelle . . . . .                                   | 128        |
| 5.6        | Das Modell von Basel II . . . . .                                    | 130        |
| <b>6</b>   | <b>Zusammenfassung</b>   | <b>137</b> |
| <br>       |  |            |
| <b>III</b> | <b>Kreditrisikomodellierung: Neue Vorschläge</b>                     |            |
| <br>       |  |            |
| <b>7</b>   | <b>Vorschläge zur Verbesserung des Basel II-Modells</b>              | <b>143</b> |
| 7.1        | Zur Wahl stehende Ansätze . . . . .                                  | 143        |
| 7.2        | Reihenentwicklungen . . . . .  | 146        |
| 7.2.1      | Theoretische Grundlagen . . . . .                                    | 146        |
| 7.2.2      | Anwendung zur Approximation der Portfolioverlustverteilung           | 153        |
| <br>       |  |            |
| <b>8</b>   | <b>Zwei neue Portfoliomodelle</b>                                    | <b>157</b> |
| 8.1        | Fundamentales Variance-Compound-Gamma-Modell . . . . .               | 158        |
| 8.1.1      | Dynamisches VCG-Modell der Unternehmenswertrenditen . .              | 159        |
| 8.1.2      | Statisches VCG-Modell . . . . .                                      | 174        |
| 8.2        | Das Copula-Modell mit hierarchischer Archimedischer Struktur . . .   | 193        |
| 8.2.1      | Modellaufbau . . . . .   | 194        |
| 8.2.2      | Eigenschaften der involvierten Copulas . . . . .                     | 197        |
| 8.3        | Kalibrierung der Modellparameter . . . . .                           | 199        |
| 8.3.1      | Nichtlineare Kleinste-Quadrate-Schätzung . . . . .                   | 199        |
| 8.3.2      | Maximum-Likelihood-Schätzung . . . . .                               | 203        |
| 8.4        | Exakte Berechnung der Portfolioverlustverteilung . . . . .           | 205        |
| 8.5        | Simulation der Portfolioverlustverteilung und Schätzung der Quantile | 210        |
| 8.5.1      | Monte-Carlo-Simulation . . . . .                                     | 212        |
| 8.5.2      | Varianzreduktion mit Importance Sampling . . . . .                   | 215        |
| <br>       |  |            |
| <b>9</b>   | <b>Numerische Verifizierung der unterbreiteten Vorschläge</b>        | <b>227</b> |
| 9.1        | Die Beispielpportfolios . . . . .                                    | 227        |
| 9.2        | Reihenentwicklungen und die Baseler Formel . . . . .                 | 228        |
| 9.3        | Hierarchische Portfoliomodelle . . . . .                             | 235        |
| <br>       |  |            |
| <b>10</b>  | <b>Kritische Würdigung und Ausblick</b>                              | <b>245</b> |
| 10.1       | Edgeworth-Reihenentwicklung . . . . .                                | 245        |

|   |            |
|---|------------|
| 10.2 Hierarchische Portfoliomodelle . . . . .                     | 246        |
| <b>11 Zusammenfassung und Schlussbemerkung</b>                    | <b>249</b> |
| <b>A Empirische Studien der Ausfallkorrelation</b>                | <b>255</b> |
| <b>B HAC-Herleitung</b>   | <b>257</b> |
| <b>C Edgeworth-Reihenentwicklung beliebiger Ordnung</b>           | <b>267</b> |
| <b>D Copula der charakteristischen Funktion der VCG-Renditen</b>  | <b>275</b> |
| <b>E Formale Grundlagen der Schätzung anhand von Simulationen</b> | <b>281</b> |
| E.1 Monte-Carlo-Schätzer . . . . .                                | 281        |
| E.2 Importance Sampling . . . . .                                 | 283        |
| E.2.1 Importance-Sampling-Schätzer . . . . .                      | 284        |
| E.2.2 Optimale Sampling-Verteilung . . . . .                      | 287        |
| E.2.3 Effizienz des IS-Schätzers . . . . .                        | 289        |
| E.2.4 Maßwechselstrategien . . . . .                              | 291        |
| <b>Literaturverzeichnis</b>                                       | <b>295</b> |
| <b>Index</b>  | <b>313</b> |

# Abbildungsverzeichnis

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 1.1  | Gesamtanzahl der Insolvenzverfahren in Westeuropa . . . . .                    | 6   |
| 1.2  | Kollaps der US-amerikanischen Spar- und Kreditinstitute . . . . .              | 8   |
| 1.3  | Drei Schritte im Prozess des Risikocontrollings . . . . .                      | 10  |
| 1.4  | Systematisierung der Risiken im Bankbetrieb . . . . .                          | 14  |
| 1.5  | Bestandteile und Kategorien des Kreditrisikos . . . . .                        | 19  |
| 1.6  | Die Architektur von Basel-II: 3 Säulen-Modell . . . . .                        | 22  |
| 3.1  | Schematische Darstellung der Portfolioverlustverteilung . . . . .              | 56  |
| 4.1  | Gängige Verfahren zur Insolvenzprognostizierung . . . . .                      | 62  |
| 4.2  | Eigenkapitalmarktwert als Payoff eines Calls . . . . .                         | 66  |
| 4.3  | Vergleich der Payoff-Profile eines Puts und der Fremdkapitalposition . . . . . | 67  |
| 5.1  | Jährliche Firmenausfallraten . . . . .   | 90  |
| 5.2  | Aufschlüsselung des Faktormodells von Moody's KMV . . . . .                    | 121 |
| 5.3  | Risikogewichtung nach Basel II . . . . .                                       | 132 |
| 8.1  | Simulierte Pfade eines Gamma-Prozesses . . . . .                               | 173 |
| 8.2  | Simulierte Pfade der Gamma-, CG- und VCG-Prozesse . . . . .                    | 175 |
| 8.3  | Simulierte Pfade zweier korrelierter VCG-Prozesse . . . . .                    | 176 |
| 8.4  | Dichte der VCG-Verteilung . . . . .  | 180 |
| 8.5  | Konturdiagramme der Minimum-, Produkt- und Maximum-Copulas . . . . .           | 185 |
| 8.6  | Konturdiagramme der VCG-Copula . . . . .                                       | 187 |
| 8.7  | Streudiagramme der VCG-Copula . . . . .  | 189 |
| 8.8  | Streudiagramme der gruppierten VCG-Copula . . . . .                            | 190 |
| 8.9  | Streudiagramme der bivariaten Gauß- und VCG-Verteilungen . . . . .             | 192 |
| 8.10 | Flankenabhängigkeit der VCG-Copula . . . . .                                   | 193 |
| 8.11 | Konturdiagramme der Clayton- und CG-Copulas . . . . .                          | 198 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 8.12 | Streudiagramme der Clayton- und CG-Copulas . . . . .                      | 200 |
| 8.13 | Paarweise Streudiagramme einer HAC . . . . .                              | 201 |
| 8.14 | Flankenabhängigkeit der Clayton- und CG-Copulas . . . . .                 | 202 |
| 9.1  | Approximationsfehler der Edgeworth-Reihenentwicklung . . . . .            | 230 |
| 9.2  | Approximation der Portfolioverlustverteilung . . . . .                    | 233 |
| 9.3  | Approximation der Tail-Funktion der Portfolioverluste . . . . .           | 234 |
| 9.4  | Histogramme der simulierten Portfolioverlustverteilungen . . . . .        | 238 |
| 9.5  | Tail-Funktionen des simulierten Portfolioverlustes . . . . .              | 239 |
| 9.6  | Vergleich der simulierten Verlustquantile: Gauß- vs. HAC-Modell . . . . . | 239 |
| 9.7  | Vergleich der Monte-Carlo- und Importance-Sampling-Egebnisse . . . . .    | 241 |

# Tabellenverzeichnis

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 2.1 | Risikokapitalbedarf der Deutschen Bank . . . . .                     | 33  |
| 2.2 | Risikokapitalbedarf der Commerzbank . . . . .                        | 34  |
| 8.1 | Deskriptive Statistiken für tägliche Log-Renditen . . . . .          | 161 |
| 8.2 | Deskriptive Statistiken für wöchentliche Log-Renditen . . . . .      | 161 |
| 8.3 | Deskriptive Statistiken für monatliche Log-Renditen . . . . .        | 161 |
| 9.1 | Zusammensetzung des Testportfolios aus 100 Kreditexposures . . .     | 228 |
| 9.2 | Vergleich der VaR-Schätzungen für das Baseler Einfaktormodell . .    | 232 |
| 9.3 | Geschätzte Werte der Modellparameter in der Simulationsstudie . .    | 236 |
| 9.4 | VaR und ES der simulierten Portfolioverlustverteilung . . . . .      | 237 |
| 9.5 | Rechenzeiten und Varianzreduktionsquotienten . . . . .               | 241 |
| 9.6 | Sensitivität der Verlustverteilung bzgl. der Modellparameter . . . . | 243 |
| A.1 | Design einiger empirischer Studien der Ausfallkorrelation . . . . .  | 255 |