

Armin P. Barth

# **Die Rechnung, bitte!**

**Anregende Texte  
über Mathematik mit  
Denksportaufgaben**

**orell füssli**

# Inhalt

## Texte zu den Anfängen der Mathematik

### **Die Anfänge der Geometrie**

Geometrie, erste Hochkulturen, Griechen,  
EUKLID, PYTHAGORAS 18 / 103

### **Nun bild' ich ein Viereck aus dem Kreis**

(Geometrie, Quadratur des Kreises, Zahl Pi,  
Griechen, LINDEMANN, BIEBERBACH) 20 / 105

### **Das geht auf keine Kuhhaut!**

(Isoperimetrisches Problem, Beweise, Karthago, DIDO,  
ZENODORUS, PAPPUS, STEINER, WEIERSTRASS) 23 / 107

### **Hippasos' Probleme beim Kegeln**

(Rationale und irrationale Zahlen, Kommensurabilität,  
Griechen, PYTHAGORAS, HIPPASOS) 25 / 108

### **Ein Text erleidet tausend Tode**

(Palimpsest, Griechen, ERATOSTHENES, ARCHIMEDES) 27

### **Warum sich Mathematiker so gut verstehen**

(Stellenwertsystem, Abakisten und Algoristen,  
Algorithmen, Araber, AL-CHWARIZMI, RIES) 30 / 110

### **Ein kleiner Trick eines großen Fuchses**

(Addition aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen,  
Partialsumme einer arithmetischen Reihe, GAUSS) 32 / 111

## Mathematik – die Wissenschaft des Beweisens

### **«Beweis, dass Ruprecht ihn zerbrach!»**

(Geometrie, Beweise, Axiomatik, griechische Antike,  
ARISTOTELES, FERMAT, BESIKOWITSCH) 36 / 114

**Besprechung eines 2300 Jahre alten Buches**

(Primzahlen, Fakultät, Elemente, Beweise, Axiomatik,  
EUKLID, EUDOXOS, THEAITETOS)

39 / 116

**Party mit Widersprüchen**

(Widerspruchsbeweise, Platonismus und Intuitionismus,  
Goldbachvermutung, Unentscheidbarkeit, Trichotomiegesetz,  
BROUWER, HEYTING, GÖDEL, CHURCH, TURING)

42 / 118

**Gottesbeweise**

(Beweise, Reihen, Konvergenz und Divergenz, PERELMAN,  
AUGUSTINUS, GRANDI, ANSELM, VON AQUIN, GÖDEL)

44 / 121

**Herr Warum und die Grenzen der Mathematik**

(Gödels Sätze, Rückbezüglichkeit, Widerspruchsfreiheit,  
Unvollständigkeit, GÖDEL, HILBERT, GENTZEN)

47 / 123

## Mathematik – die Zähmung der Unendlichkeit

**Unendlich ist nicht genug**

(Natürliche Zahlen, reelle Zahlen, unendliche Mengen,  
Abzählbarkeit, Überabzählbarkeit, Diagonalverfahren,  
Widerspruchsbeweis, Kontinuumshypothese, CANTOR,  
GÖDEL, COHEN)

50 / 127

**Probleme am Nordpol**

(Geometrische Reihen, Geometrie, Quotientenkriterium)

53 / 129

**Warum selbst der schnellste Läufer die Schildkröte  
nie einholen kann**

(Geometrische Reihen, ZENON, PARMENIDES,  
LEIBNIZ, NEWTON)

56 / 131

**Bauen am Abgrund**

(Harmonische Reihe, Algorithmen, ORESME,  
BERNOULLI, GARDNER)

59 / 132

## Rätsel und Denksport

### **Ein Licht geht auf!**

(Teiler, Quadratzahlen, alternierende Folge, Modelle,  
THOMSON, BLACK)

64 / 136

### **Die Rechnung, bitte!**

(Gerade und ungerade Zahlen, harmonische Reihe)

67 / 137

### **In einer kleinen Konditorei**

(Matrizen)

69 / 137

### **Auch Zauberer brauchen Logik**

(Logik, vollständige Induktion, ARISTOTELES, FREGE, GÖDEL)

73 / 138

### **Schneller, kürzer, kompakter, billiger**

(Optimierung, Geometrie, Beweise, FERMAT, MERSENNE,  
CAVALIERI, TORRICELLI, VIVIANI, STEINER)

75 / 140

### **Welche Fläche hat der Stern von Bethlehem?**

(Primitive Dreiecke, Polyedersatz, Formel von PICK,  
Beweise, EULER)

77 / 142

## Angewandte Mathematik

### **Mehl, Butter, Zucker und Mathematik**

(Codes und Prüfwziffern, Beweise)

80 / 145

### **Mathematik und Papierfalten**

(Origami, Faltprobleme, Axiome, Beweise, ULAM,  
HUZITA, HATORI, MARTIN, DEMAINE)

82 / 145

### **Fußbälle im Chemielabor**

(Polyedersatz, Fußballer, Fullerene, Beweise, EULER, HARDY)

84 / 148

### **Wie wahrscheinlich sind seltene Zufälle?**

(Wahrscheinlichkeit, Kombinatorik, Fakultät,  
Binomialkoeffizient, PASCAL, FERMAT, KOLMOGOROV)

87 / 153

**Wie schnell ist exponentiell?**

(Lineares und exponentielles Wachstum, Moore'sches Gesetz,  
MALTHUS)

90/155

**Wie bewacht man alte Meister?**

(Graphen, Polygone, Triangulation, Färbungen,  
vollständige Induktion, CHVÁTAL)

93/157

**Cliquen gesucht!**

(Graphen, Cliques, NP-Vollständigkeit, KARP,  
ROSENTHAL, FRAENKEL)

95/159

**Schnell ist nicht schnell genug**

(Algorithmen, Zeitkomplexität, LOVELACE, LANDAU)

97/162