Abstract

Ausgehend von Beispielen aus Physik und Biologie wird die Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen im Hinblick auf die Theorie dynamischer Systeme entwickelt. Dabei liegt der Schwerpunkt sowohl auf mathematischer Präzision als auch auf der klaren Darstellung von Verbindungen der mathematischen Modelle zu Naturphänomenen und naturphilosophischen Ideen. So werden Resultate zur Existenz, Eindeutigkeit und stetigen Abhängigkeit bewiesen und in Verbindung mit dem Laplaceschen Dämon und dem Schmetterfingseffekt aus der Chaos-Theorie diskutiert, Überlegungen zur Stabilität mit Beispielen aus der Mechanik illustriert und Theoreme zum Langzeitverhalten von Lösungen gewöhnlicher Differentialgleichungen in ihrem Zusammenhang mit dem Maxwellschen Dämon und dem Volterra-Effekt in der Biologie dargestellt. Zu vielen der Aufgaben werden im Anhang ausführliche Musterlösungen vorgestellt.
Die Zielgruppen: Studierende der Mathematik und Naturwissenschaften an Universitäten

Inhalt

Lösungen - Das Gronwallsche Lemma - Eine lokale Lipschitzbedingung impliziert Eindeutigkeit - Der Laplacesche Dämon - Übungsaufgaben
Phasenportraits und Stabilität: Die allgemeine Lösung - Hamiltonsche Differentialgleichungen in der Ebene - Exakte Differentialgleichungen in der Ebene - Pfaffsche Formen - Integrierende Faktoren und erste Integale - Volterra's drei Gesetze - Die direkte Methode von Ljapunow - Asymptotische Stabilität mit der direkten Methode - Übungsaufgaben
Lineare Differentialgleichungen: Das Superpositionsprinzip - Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung - Variation der Konstanten - Übungsaufgaben
Autonome lineare Systeme: Die Exponentialfunktion für Matrizen - Der Lösungsraum eines autonomen linearen Systems - Stabilität autonomer linearer Systeme - Linearisierte asymptotische Stabiität - Übungsaufgaben
Stetigkeit und Differenzierbarkeit: Stetigkeit der allgemeinen Lösung - Tubenumgebungen - Der Picard-Operator - Differenzierbarkeit der allgemeinen Lösung - Bemerkungen zur stetigen Abhängigkeit - Übungsaufgaben
Dynamische Systeme und lokale Flüsse: Globale dynamische Systeme - Allgemeine dynamische Systeme - Trajektorien - Flüsse - Endliche Entweichzeiten - Übungsaufgaben
Langzeitverhalten von Lösungen: Positiv invariante Teilmengen - Die Subtangentialbedingung - Limesmengen und Attraktoren - Übungsaufgaben
Die Liouvillesche Volumenformel: Das Jordansche Volumen im euklidischen Raum - Integration auf Jordan-messbaren Mengen - Die Liouvillesche Volumenformel - Diffeomorphismen und Transformationsformel - Beweis der Liouvilleschen Volumenformel - Der Poincarésche Wiederkehrsatz - Der Maxwellsche Dämon - Übungsaufgaben

Author Info

Prof. Dr. Günther J. Wirsching, Katholische Universität Eichstätt-Ingolstadt.